

НИУ Высшая школа экономики  
Факультет социальных наук (департамент политической науки)

### Теория игр

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,  
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

### Домашнее задание 9

(срок выполнения — 3 декабря 2019 года)

*Доброе напоминание:*

*Ответ без решения не засчитывается.*

### Турнир по игре «Герои меча и магии»

#### Описание игры

Два Героя решили наконец выяснить, кто из них умнее. В составе армии у каждого из Героев есть очень много Чудищ, Рыцарей, Гидр, Циклопов, Титанов и Драконов. В качестве места схватки были выбраны две скалы на границе их владений, разделенные глубокой пропастью. Над пропастью было натянута 1000 тонких навесных мостов, соединяющих две скалы. Мосты настолько тонки, что с каждой стороны на мост может вступить только одно существо. Скинувшись по 10000 золотых монет перед схваткой, Герои положили на середину каждого моста по 20 монет. В день битвы в предрассветном тумане с каждой из скал к мостам спустилось по одному Герою вместе с армией. Оба героя должны выбрать 1000 существ из своей армии для схватки (на каждый мост в итоге попадет по одному существу с каждой стороны). После того как выбор сделан, нейтральный Троглодит, приглашенный в качестве арбитра, слепым жребием составляет пары для схваток, выбирая по одному из 1000 существ с каждой стороны на каждый мост. Затем начинается схватка. Задача каждого существа — унести как можно больше золота своему герою со своего моста. В ходе битвы часть клада может упасть в пропасть. Разные существа имеют разные шансы на успех против разных соперников. В таблице ниже приведено количество монет, которое сможет забрать каждое существо в зависимости от того, кто является его соперником.

	Чудище	Рыцарь	Гидра	Циклоп	Титан	Дракон
Чудище	(4; 4)	(9; 6)	(1; 7)	(7; 7)	(3; 6)	(2; 8)
Рыцарь	(6; 9)	(4; 4)	(4; 3)	(5; 0)	(3; 1)	(4; 2)
Гидра	(7; 1)	(3; 4)	(6; 6)	(2; 4)	(2; 4)	(5; 9)
Циклоп	(7; 7)	(0; 5)	(4; 2)	(8; 8)	(5; 6)	(5; 0)
Титан	(6; 3)	(1; 3)	(4; 2)	(6; 5)	(4; 4)	(4; 2)
Дракон	(8; 2)	(2; 4)	(9; 5)	(0; 5)	(2; 4)	(6; 6)

Например, если Гидра выходит сражаться против Чудища, то 12 монет упадет в пропасть, 7 монет заберет своему Герою Гидра и лишь 1 монету сможет унести потрепанное Чудище. Все сражения проходят одновременно. Задача каждого Героя — забрать максимальное число монет. Для этого ему нужно правильно определить 1000 участников битвы с его стороны.

## **Общие положения турнира**

1. В турнире участвуют все желающие студенты-политологи (3 курс).
2. Каждый желающий студент заявляет на турнир одну стратегию в игре «Герои меча и магии».
3. Крайний срок подачи стратегии на турнир – четверг, 12 декабря 2019 года, 23:59:59.
4. Стратегия заявляется на турнир исключительно путем заполнения анкеты по адресу <https://forms.gle/523bN98GjbzHv7Zs8>
5. Все поданные на турнир стратегии сыграют друг с другом в круговом турнире, то есть каждая стратегия сыграет с каждой по одному разу.
6. Победитель турнира определяется по сумме заработанных денег во всех играх.
7. Авторы лучших стратегий по итогам турнира получают бонусы к итоговому баллу по курсу «Теория игр».

### **Внимание!**

Автоматически не допускаются до турнира стратегии:

- присланные после дедлайна;
- оформленные не в соответствии с требованиями.

**Желаем всем участникам турнира удачной борьбы за клад!**

**Задача 1.** Рассмотрим следующую однократную игру двух лиц  $G$ :

	$t_1$	$t_2$
$s_1$	5; 0	1; 1
$s_2$	3; 4	-1; 5

Пусть фактор дисконтирования равен  $\frac{1}{4}$ .

а) (1 балл) Найдите платежи обоих игроков в игре  $G_\infty$ , если первый игрок всегда играет чистую стратегию  $s_2$ , а второй игрок всегда играет чистую стратегию  $t_1$ .

б) (1 балл) Запишите формально стратегии  $TfT$  в игре  $G_\infty$  для каждого из игроков.

в) (2 балла) Является ли профиль стратегий  $(TfT, TfT)$  равновесием Нэша в игре  $G_\infty$ ? Необходимо привести доказательство.

**Задача 2.** Рассмотрим следующую однократную игру двух лиц  $G$ :

	$t_1$	$t_2$	$t_3$
$s_1$	2;10	1;1	8;8
$s_2$	0;-2	1;0	1;1
$s_3$	0;0	1;1	10;-1
$s_4$	5;5	0;0	1;1

а) (1 балл) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в данной игре.

а) (2 балла) Найдите SPNE в игре  $G_3$  при  $\delta = \frac{1}{2}$ , в котором игроки получают максимальный возможный суммарный выигрыш.

**Задача 3.** Посмотрите игру “Эволюция доверия” (<https://notdotteam.github.io/trust/>).

а) (1 балл) Предположим, Злопамятный, Имитатор и Наивный играют каждый с каждым по три раза. Кто сколько монет наберет?

б) (2 балла) Предположим, есть 10 игроков, среди которых есть только Обманщики и Имитаторы. Каждый играет с каждым по 3 раза. Какое наименьшее число Имитаторов должно быть в этой группе, чтобы каждый Имитатор набрал больше монет, чем каждый Обманщик?