

**Теория игр**

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,  
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

**Семинарский листик 10**

(29 ноября 2019 года)

**Задание 1.** Саша безумно влюблен в Машу. Вчера у Саши был невероятно счастливый день: Маша пригласила его к себе на День рождения. Саше представилась прекрасная возможность признаться Маше в любви. Единственная проблема в том, что Саша точно не знает, как относится к нему Маша. Он может лишь предполагать, что он ей нравится с вероятностью 0.5, и не нравится тоже с вероятностью 0.5. У Саши есть 2 стратегии: признаться Маше в любви или не признаться. Маша тоже может либо ответить Саше взаимностью, либо отказать ему. Будем считать, что решения они принимают одновременно. Если Маша любит Сащу, то матрица игры выглядит следующим образом:

	Ответить взаимностью	Отказать
Признаться	3;3	-5;-5
Не признаться	-5;0	-3;-3

Если же Маше не нравится Саша, то матрица игры такая:

	Ответить взаимностью	Отказать
Признаться	3;-3	-5;0
Не признаться	-3;-1	-3;0

а) Найдите все равновесия Байеса-Нэша в этой игре.

б) Саша знает, что все девушки любят подарки, и Маша не исключение. Если Саша купит Маше красивый букет цветов, то вероятность того, что Маше понравится Саша, возрастет на величину  $p$ . Однако букет цветов стоит дорого, поэтому если Саша купит его, его выигрыш в любом случае уменьшится на 1. Найдите все равновесия Байеса-Нэша, в случае, если Саша решил купить Маше букет.

в) При каких  $p$  Саша решит купить букет, если известно, что он хочет получить как можно больший выигрыш в равновесии Байеса-Нэша.

**Задание 2.** Вовочка пришел на семинар по теории игр, на котором его могут попросить сдать домашнюю работу. Он решает сдавать тетрадь или сказать, что задание съела собака. В хорошем настроении семинаристка оценивает вероятность того, что Вовочка не сделал работу в 20%, а в плохом настроении в 50%. Если у семинаристки хорошее настроение и Вовочка сдает сделанную домашнюю работу, то платежи обоих равны 5, если же Вовочка рассказывает про собаку, съевшую ДЗ, то ему разрешается прислать переделанное ДЗ по почте не позднее вечера того же дня и платеж Вовочки равен 5, а семинаристки 0. Если у семинаристки настроение плохое и Вовочка сдает сделанную домашнюю работу, то платежи обоих равны 3, если же Вовочка рассказывает про собаку, съевшую ДЗ, то он получает штраф и платеж Вовочки равен  $-5$ , а

семинаристки 5. Если домашнюю работу у Вовочки не собирают, а он ее сделал, то ему обидно и его платеж равен  $-2$ , если же он не сделал работу, то его платеж равен  $2$ . Платеж семинаристки в хорошем настроении, если она не собрала сделанную работу равен  $-2$ , а если не собрала не сделанную равен  $-1$ . Платеж семинаристки в плохом настроении, если она не собрала сделанную работу равен  $0$ , а если не собрала не сделанную равен  $-3$ . Вовочка оценит вероятность того, что у семинаристки хорошее настроение в  $50\%$ . Сформулируйте эту игру в виде Байесовской игры и найдите все равновесия Байеса-Нэша.

**Задание 3.** Колода состоит из 8 карт — четырех тузов и четырех королей. Каждый из двух игроков получает из этой колоды в закрытую по 2 карты. Комбинации делятся на 2 типа: комбинация из двух тузов считается сильной, а все остальные комбинации — слабыми. Игроки, посмотрев свои карты, делают одновременно и независимо друг от друга ставку: 1 или 2 доллара. Сделавший большую ставку игрок забирает весь банк. Если игроки сделали одинаковую ставку, то сравниваются их комбинации. Собранный более сильную комбинацию игрок забирает банк. Если игроки собрали одинаковую комбинацию, то они делят банк пополам. Найти равновесие Байеса-Нэша.

**Задание 4.** В некоторой стране трое придворных ключников обсуждают возможность заговора с целью свержения царя. Никто из ключников не уверен в том, как относятся к царю остальные ключники — хорошо или плохо. Каждый из них оценивает вероятность того, что любой другой коллега относится к царю плохо, в  $\frac{1}{2}$ .

Царь проводит все время в покоях, отделенных от внешнего мира тремя дверями. Помимо царя, ключи от дверей есть у ключников, причем у каждого из трех ключников есть ключ ровно от одной двери, у каждого — от своей. Каждый из ключников принимает решение, участвовать ли в заговоре. Для того, чтобы проникнуть в покои, нужно открыть все три двери, только в этом случае заговор закончится успешно. В случае свержения царя плохо относящиеся к нему люди получают платеж в размере  $10$ , а хорошо относящиеся — в размере  $(-10)$ . Однако если хотя бы один из ключников не примет участия в заговоре, то попытка вторжения в покои царя будет раскрыта, а принявшие участие в перевороте ключники будут жестоко казнены и получают платеж в размере  $(-100)$ .

Сформулируйте эту игру в виде Байесовской игры: опишите множество игроков, множество их типов, множество возможных действий, множество стратегий, платежи игроков. Найдите все равновесия Байеса-Нэша.