

Теория игр

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

Семинарский листик 11
(13/16/17 декабря 2019 года)

Задание 1. Мориарти заманил Ватсона в ловушку и теперь угрожает его жизни, пытаясь заставить Шерлока совершить самоубийство. Матрица игры выглядит следующим образом:

	убить Ватсона	держать Ватсона в заложниках	отпустить Ватсона
совершить самоубийство	-10;-5	-8;5	-5;5
имитировать самоубийство	-8;-2	5;5	8;5
уехать за границу	-15;5	-5;0	10;-10
проигнорировать угрозу	-10;0	-5;-2	15;-15

Найдите все равновесия Нэша в смешанных стратегиях в этой игре.

Задание 2. Напротив квартиры Холмса и Ватсона на Бейкер-стрит 221Б происходит взрыв. Вскоре неизвестный террорист начинает с Шерлоком Холмсом страшную игру. Преступник звонит Шерлоку и загадывает ему загадки про преступления: Шерлок должен расследовать их за короткое время, иначе взрывы продолжатся. Шерлок точно знает, что за взрывами стоит один из двух людей: Мориарти или его сестра Эвр. Он оценивает вероятность причастности к взрывам Мориарти в 40%, а Эвр — в 60%.

После звонка преступник решает, оставаться в Лондоне и приводить угрозу в исполнение или скрыться. Когда Шерлоку сообщают очередную загадку, он может выбрать: разгадывать ее или взять Лейстреда и поехать арестовать Мориарти или Эвр. Если Холмс арестовывает преступника, то взрыва не происходит. Если происходит очередной взрыв, то детектив получает платеж (-15) вне зависимости от всего остального. Если Шерлок угадывает, кого нужно арестовать, то он получает удовлетворение в размере $+5$, если им еще удастся застать преступника в Лондоне, то платеж увеличивается еще на $+5$. Если Шерлок не угадывает, то он получает неудовольствие в размере (-2) . Если детектив разгадывает очередную загадку вместо того, чтобы ловить преступника, то его платеж равен 0. Если преступника арестовывают, то он получает платеж (-10) . Если преступнику приходится уехать, то он получает неудовольствие от прерванной игры в размере (-5) . Если же игра идет по плану, то есть преступник остается в Лондоне, а Шерлок разгадывает загадку или пытается арестовать не того, то преступник получает удовлетворение в размере $+10$.

Формализуйте эту игру в виде Байесовой игры и найдите все равновесия Байеса-Нэша.

Задание 3. Шерлок Холмс и Мориарти три раза подряд играют в игру G с матрицей

	t_1	t_2	t_3	t_4
s_1	10;1	0;0	-1;-1	3;2
s_2	7;7	-1;2	1;10	2;2
s_3	0;2	1;2	3;-1	3;0
s_4	3;3	0;1	0;0	5;5

Мориарти может выбрать стратегию и сообщить ее Холмсу. После чего Холмс может выбрать фактор дисконтирования δ в промежутке $0 \leq \delta \leq 1$.

Мориарти выбрал следующую стратегию: играть t_3 в первом периоде, играть стратегию t_3 во втором периоде, если Холмс в первом периоде играл s_2 , играть t_4 в третьем периоде, если в первом и втором периоде Холмс играл s_2 , если в каком-то периоде Холмс играет не s_2 , то во всех последующих периодах Мориарти играет t_2 .

а) Предположим, фактор дисконтирования $\delta = 1$ найдите оптимальный ответ Холмса на указанную стратегию Мориарти.

б) Предположим, фактор дисконтирования $\delta = \frac{1}{10}$ найдите оптимальный ответ Холмса на указанную стратегию Мориарти.

в) Какой фактор дисконтирования $0 \leq \delta \leq 1$ выгоднее всего выбрать Холмсу и какую стратегию он будет играть при этом δ ? Мы считаем, что Холмс максимизирует свой платеж.

Напоминаем, что ответ на каждый пункт должен быть обоснован!

Задание 4. Для каждого из следующих утверждений приведите пример игры с требуемыми свойствами и проверьте, что указанные свойства выполняются, или докажите, что такой игры не существует.

а) Существует такая игра G , что в игре G_∞ (повторяющейся бесконечное число раз игре G) не существует ни одного равновесия Нэша в чистых стратегиях.

б) Существует такая игра G , что в игре G_4 (повторяющейся 4 раза игре G) не существует ни одного равновесия Нэша, совершенного на подыграх.

в) Существует такая игра, в которой бесконечное число равновесий Нэша в смешанных стратегиях.