

Теория игр

2019/2020 учебный год

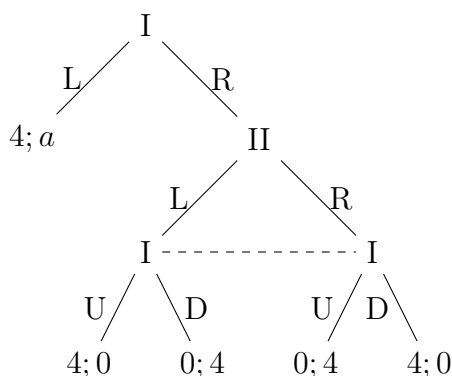
(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

Семинарский листик 12

(17 декабря 2019)

Задача 1. Аня выбирает, в какую игру играть с Борей: в «Орлянку» или «Битву полов». Если Аня выбирает «Орлянку», то Аня и Боря загадывают либо орла, либо решку. Если игроки загадали одинаковое, то Боря отдает Ане рубль, и Аня отдает Боре в противном случае. Если Аня выбрала «Битву полов», то Аня получает +1, если идет на балет, Боля получает +1, если идет на футбол, и игроки получают дополнительные +2, если проводят время вместе. Формализуйте взаимодействие как игру в развернутой форме с несовершенной информацией. Найдите все NE и SPNE в этой игре.

Задача 2. При каких значениях параметра a в игре будет существовать SPNE?



Задача 3.¹ Владелец компании и внешний инвестор обсуждают возможность запуска многообещающего проекта. Первым принимает решение инвестор: он может вложить в проект любую сумму. После того, как инвестор принял решение, аналогичное решение принимает владелец компании. Для успешной реализации проекта необходимо, чтобы и инвестор, и владелец вложили в проект не менее 100 миллионов рублей каждый — в этом случае вложенные деньги увеличиваются в 1.5 раза, прибыль делится между инвестором и владельцем пополам. Если одна сторона вложила деньги в проект, а другая нет, то все вложенные средства достаются владельцу компании. Каждый участник стремится максимизировать свой выигрыш по итогам сделки, при этом у каждого из них есть по 300 млн рублей в свободном распоряжении. Какую сумму денег вложит в проект инвестор?

¹Источник: А. Бремзен. ЛЭШ «I Love Economics».

Задача 4. На острове живут 5 тигров и одна вкусная волшебная антилопа. Если тигр съест волшебную антилопу, то он сам превратится в волшебную антилопу. В тигриной стае установлена строгая иерархия: в момент времени $t = 1$ самый старый тигр решает, съесть ли ему волшебную антилопу. Если он отказывается есть, то игра заканчивается. Если он съедает антилопу и сам превращается в нее, то следующий по старшинству тигр в момент времени $t = 2$ решает: съесть ли первого тигра, или нет. Так продолжается до $t = 5$, когда приходит время кормиться самому молодому тигру. Мясо волшебной антилопы настолько вкусно, что любой тигр готов ради его вкуса на превращение. Тем не менее, ни один тигр не готов расстаться с жизнью ради мяса антилопы. Найдите совершенное по подыграм равновесие.

Задача 5.² Политик (П), находящийся у власти, принимает решение, прикладывать ли усилия по обеспечению граждан общественными благами. Если он приложит усилия, то понесет издержки в размере $c > 0$. После этого случайным образом определяется цена на нефть: с вероятностью 0.5 она будет высокой, а с вероятностью 0.5 – низкой. Если политик прикладывает усилия и реализуется высокая цена на нефть, граждане достоверно определяют, что политик прикладывал усилия, а цена на нефть была высокой. Аналогичным образом граждане могут определить ситуацию, когда цена на нефть была низкой, а политик усилия не прикладывал. Однако если реализовался один из промежуточных сценариев, – высокая цена на нефть и бездельничающий политик или низкая цена на нефть и работающий политик, – то избиратели не могут отличить эти два состояния друг от друга.

После реализации цены на нефть избиратели (И) решают, переизбирать ли политика на второй срок. Его выигрыш от переизбрания равен b , $b > c$. Платежи избирателей устроены следующим образом. Если переизбирается ответственный политик, то избиратели получают платеж, равный $e > 0$. Если переизбирается политик, уже находившийся у власти, избиратели получают штраф $k > 0$ (избиратели не хотят застоя). Будем считать, что $e > k$ и $b > 2c$. Формализуйте ситуацию.³ Найдите все SPNE.

²Авторы: Д.А. Дагаев и К.И. Сонин.

³Чтобы формализовать случайное событие, вводится «игрок» без платежей *Природа*.