

Теория игр

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

Семинарский листик 2

(20/24 сентября 2019 года)

Задание 0. Найдите равновесия Нэша и Парето-оптимальные профили в следующих играх:

а)	б)	в)																														
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>t_1</td><td>t_2</td></tr> <tr><td>s_1</td><td>3;2</td><td>2;0</td></tr> <tr><td>s_2</td><td>1;0</td><td>3;5</td></tr> </table>		t_1	t_2	s_1	3;2	2;0	s_2	1;0	3;5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>t_1</td><td>t_2</td></tr> <tr><td>s_1</td><td>-1;0</td><td>2;1</td></tr> <tr><td>s_2</td><td>1;6</td><td>1;5</td></tr> </table>		t_1	t_2	s_1	-1;0	2;1	s_2	1;6	1;5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td>t_1</td><td>t_2</td><td>t_3</td></tr> <tr><td>s_1</td><td>2;9</td><td>1;4</td><td>9;20</td></tr> <tr><td>s_2</td><td>7;5</td><td>6;8</td><td>2;4</td></tr> </table>		t_1	t_2	t_3	s_1	2;9	1;4	9;20	s_2	7;5	6;8	2;4
	t_1	t_2																														
s_1	3;2	2;0																														
s_2	1;0	3;5																														
	t_1	t_2																														
s_1	-1;0	2;1																														
s_2	1;6	1;5																														
	t_1	t_2	t_3																													
s_1	2;9	1;4	9;20																													
s_2	7;5	6;8	2;4																													

Задание 1. Два студента Вышки, Маша и Саша, познакомились в очереди в столовую на Мясницкой 9/11. Они понравились друг другу и решили встретиться после пар в ближайшей к зданию Вышки кофейне. Сидя на парах, они поняли, что не договорились, в какую именно кофейню пойдут: в Старбакс или Дабл Би. Маша и Саша не успели добавить друг друга в соцсетях и не могут уточнить место встречи. Если Маша и Саша не смогут встретиться, каждый из них в одинаковой степени расстроится. Формализуйте игру и найдите в ней Парето-оптимальные профили и равновесия Нэша, если:

- а) Как Маша, так и Саша любят кофе в Дабл Би больше, чем кофе в Старбаксе.
- а) Маша любит кофе в Старбаксе больше, чем кофе в Дабл Би, а Саша – наоборот.

Задание 2. Найдите все равновесия Нэша в следующих играх двух лиц:

а)

	t_1	t_2	t_3
s_1	4;2	1;0	-4;-2
s_2	0;-4	5;0	0;4
s_3	5;-2	-2;1	8;4
s_4	5;9	1;-3	1;5

б)

	t_1	t_2
s_1	-2;5	4;3
s_2	1;1	-3;4
s_3	3;-1	-1;-3
s_4	0;2	3;1

Задание 3. Можно ли заполнить пропуски в матрице игры двух лиц так, чтобы в этой игре существовало ровно одно равновесие Нэша? Если можно, то приведите пример, если нельзя — докажите это.

	t_1	t_2	t_3
s_1	4;3	; -7	5;4
s_2	2;	;	-1;6

Задание 4. На контрольной работе по предмету «Теория игр» присутствует n студентов. Каждый из студентов может решить написать работу честно или списать. Любая попытка списать замечается и наказывается преподавателем, обладающим фиксированным уровнем гнева z , который он равномерно распределяет между всеми списывающими студентами. Если студент пишет работу честно, его выигрыш равен 0; если он списывает, то получает 1, но при этом испытывает на себе гнев преподавателя. Найдите все равновесия Нэша в этой игре при всех возможных значениях z .

Указания к решению. Предположим, что в рассматриваемой игре $n = 25$. Найдите равновесия Нэша при следующих условиях:

- а) $z = 50$;
- б) $z = 25$;
- б) $z = 10$.

Задание 5. В пруду водятся 9 рыб. Три рыбака, живущих вокруг пруда, ловят в нем рыбу. Рыбаки могут либо сразу выловить всех рыб из пруда (считаем, что улов делится поровну между рыбаками), либо ограничить свой вылов до 1 рыбы. Если один рыбак сократит вылов, а остальные — нет, то оставшаяся в пруду рыба делится между этими рыбаками поровну. Если вылов сокращают два рыбака, то оставшаяся рыба вылавливается тем, кто не сокращал вылов. Если же все трое рыбаков решат сократить свой вылов и выловят только по одной рыбе, то на следующий день количество рыбы в пруду увеличится на 3, и вся рыба поделится поровну. Формализуйте игру и найдите в ней равновесия Нэша и Парето-оптимумы.

Задание 6. 10 одноклассников играют в следующую игру. Каждому предлагается назвать одно из натуральных чисел от 1 до 10. Выигрывает тот, чье число окажется наиболее близко к половине среднего арифметического от всех названных чисел. Считайте, что при ничьей все имеют одинаковую вероятность выигрыша.

- а) Есть ли у игроков строго/слабо доминируемые стратегии? Есть ли в игре равновесия, получаемые исключением строго/слабо доминируемых стратегий?
- б) Найдите все равновесия Нэша в этой игре.

Указания к решению. Предположим, что в эту игру играют всего 2 одноклассника, которым предлагается назвать одно из натуральных чисел от 1 до 4. Нарисуйте матрицу игры и найдите все равновесия Нэша.

Задание 7. Существует ли игра в нормальной форме, которую можно задать конечной двумерной матрицей, такая, что в ней есть два равновесия Нэша, одно из которых является Парето-оптимальным профилем, а другое — нет?

Задание 8. (*) 20 одnogруппников играют в следующую игру. Сначала каждый из них кладет в банк по 1 доллару. Затем все одновременно называют число от 0 до 10. Банк делят между собой те (или забирает тот), кто указал число наиболее близкое к среднему арифметическому названных чисел.

- а) Есть ли у игроков доминирующие стратегии?
- б) Найдите все равновесия Нэша и платежи игроков в равновесии.