НИУ Высшая школа экономики
Факультет социальных наук (департамент политической науки)

Теория игр

2019/2020 учебный год

(*Л. Н. Сысоева, Н.А. Василенок, Н. Е. Сахарова, Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская*)

Семинарский листик 3

(*1 октября 2019 года*)

Задание 1. Рассмотрим президентские выборы, в которых участвующие кандидаты максимизируют вероятность победы. На выборах конкурируют двое кандидатов. Идеальные точки избирателей распределены на отрезке $[0; 1]$. Предпочтения избирателей таковы, что каждый из них будет голосовать за того кандидата, позиция которого будет наиболее близка к его идеальной точке. Если таких кандидатов несколько, то избиратель разделит свой голос поровну между этими кандидатами. На выборах побеждает кандидат, набравший наибольшее количество голосов. В случае если кандидатов, набравших наибольшее количество голосов, несколько, то победитель определяется в честной лотерее. Если кандидаты занимают одинаковые позиции, то они делят причитающиеся им голоса в одинаковой пропорции. Являются ли следующие профили равновесиями Нэша, если:

$(A, B) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$;

$(A, B) = \left(\frac{1}{4}, \frac{4}{5}\right)$;

$(A, B) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;

$(A, B) = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

а) Идеальные точки избирателей распределены равномерно.

б) Плотность распределения идеальных точек избирателей задается функцией $f(x) = 2 - 2x$? [1]

Задание 2. В деревне Простоквашино в преддверии Нового года выбирают нового мэра. Главный вопрос на предстоящих выборах — сколько елей из ближайшего леса можно вырубить на новогодние елки. Всего в лесу 1 млн елей. Идеальные точки избирателей распределены непрерывно и равномерно. В выборах участвуют три кандидата: кот Матроскин, Шарик и Дядя Федор. Шарик хочет охотиться в лесу и поэтому считает, что стоит вырубить 100 тысяч елей, чтобы остальные лучше росли. Матроскин думает, что на освободившемся от елей пространстве могут пастись коровы, поэтому выступает за вырубку 800 тысяч елей. Дядя Федор читал учебники и знает, что выгодно занимать позицию медианного избирателя и поддерживает вырубку ровно половины елей.

---

[1] а) Площадь прямоугольного треугольника рассчитывается как $S = \dfrac{a \times b}{2}$, где a и b – его катеты.
б) У подобных треугольников соответствующие углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны.

а) Кто из кандидатов выиграет выборы?

б) Является ли данная ситуация равновесной?

в) Может ли Шарик выиграть выборы? Если да, то укажите промежуток его «выигрышных» стратегий.

г) Подходит ли модель Даунса для предсказания исхода данных выборов? Почему?

Задание 3. Основной работой жителей племени Тумба-Юмба является сбор бананов. В конце рабочего дня каждый житель отдает некоторую долю собранных им бананов поварам племени, а остальное забирает себе и продает на соседний остров, где бананы не растут. Скоро в племени Тумба-Юмба состоятся выборы предводителя. На главный пост претендуют два кандидата, говорящие на языке Тумба и два кандидата, говорящие на языке Юмба. Выборы происходят по следующему правилу. В первом туре жители, говорящие на языке Тумба, выбирают своего кандидата в предводители, а жители, говорящие на языке Юмба, — своего.[2] Во втором туре все племя выберет из них единого предводителя.[3]

Выбранному предводителю предстоит решать сложный вопрос о доле α бананов, отдаваемых каждым жителем после сбора поварам. Традиционно жители, говорящие на языке Тумба, предпочитают частную собственность ($\alpha \in [0; 0.5]$), а жителям, говорящим на языке Юмба, нравится централизованное питание на острове в общественных столовых ($\alpha \in [0.5; 1]$). Рассмотрим вариант модели Даунса для случая двухэтапного политического позиционирования. Идеальные точки избирателей распределены непрерывно и равномерно на отрезке $[0; 1]$. Каждый кандидат старается максимизировать вероятность своей победы на выборах. Перед первым туром каждый кандидат раз и навсегда выбирает свою позицию на отрезке $[0; 1]$, причем кандидаты, говорящие на языке Тумба, выбирают точку на отрезке $[0; 0.5]$, а говорящие на языке Юмба — на отрезке $[0.5; 1]$. Обозначим стратегии кандидатов A, B, C, D через a, b, c, d соответственно. Какие из следующих профилей являются равновесием Нэша:

а) $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$;

б) $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;

в) $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$;

г) $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{5}\right)$;

д) $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$?

Указание к решению. Во всех приведенных случаях нужно или доказать, что профиль не является равновесием Нэша, то есть указать кому из игроков и куда выгодно отклониться, или, наоборот, доказать, что профиль является равновесием Нэша, то есть доказать, что никому из игроков не выгодно отклоняться от выбранной стратегии.

[2] Об этом туре можно думать, как о голосовании внутри двух избирательных округов.

[3] Об этом туре можно думать, как о голосовании внутри единого избирательного округа.