

Теория игр

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

Семинарский листик 4

(8/11/15 октября 2019 года)

Задание 1.

- а) Дайте определение смешанной стратегии.
- б) Дайте определение ожидаемому платежу игрока.

Задание 2. Существуют ли строго доминируемые чистые стратегии у игроков в следующих играх? Укажите, какими стратегиями они доминируются, и рассчитайте ожидаемый платеж в одной такой стратегии.

а)

	t_1	t_2	t_3
s_1	1;9	-1;8	3;11
s_2	0;4	4;6	2;3

б)

	t_1	t_2	t_3
s_1	-3;10	1;18	1;12
s_2	1;10	-2;7	1;9

Задание 3. Войска Наполеона начинают наступление на Андалусию. Они могут пройти через горы или через равнины.¹ Защищающая Испанию, армия принимает решение, укреплять свои гарнизоны в горах или на равнинах. Если Наполеон нападает на незащищенную местность, он получает 1. Если он нападает на укрепленный гарнизон, он получает -1. Если испанцы правильно предсказали направление наступления, они получают 1, в противном случае -1. Формализуйте описанную игру.

а) Старушка в деревне сказала Наполеону, что с вероятностью 0.7 испанцы будут защищать горы, и с вероятностью 0.3 – равнины. Запишите матрицу игры, в которой испанцы играют описанную выше стратегию, и найдите лучший ответ Наполеона на нее. Является ли такой профиль стратегий равновесием Нэша?

б) Нарисуйте график ожидаемого выигрыша Наполеона в зависимости от вероятности, с которой испанцы будут защищать горы, в каждой из его стратегий.

в) Испанцы ожидают, что Наполеон будет принимать решение о нападении, подбрасывая правильную монетку. Запишите матрицу игры, в которой Наполеон играет описанную выше стратегию, и найдите лучший ответ испанцев на нее. Является ли такой профиль стратегий равновесием Нэша?

г) Нарисуйте график ожидаемого выигрыша испанцев в зависимости от вероятности, с которой Наполеон будет нападать на горы, в каждой их стратегий.

д) Есть ли в этой игре равновесия Нэша?

¹Про испанскую войну за независимость см. https://en.wikipedia.org/wiki/Peninsular_War.

Задание 4. Рассмотрим игру в нормальной форме, заданную матрицей

	t_1	t_2
s_1	3; 1	-1; 2
s_2	1; 2	2; 1

1. Существуют ли в игре равновесия Нэша в чистых стратегиях?
2. Является ли $\frac{1}{3}t_1 + \frac{1}{2}t_2$ смешанной стратегией?
3. Найдите ожидаемые платежи первого и второго игрока для профилей $(s_1, \frac{1}{3}t_1 + \frac{2}{3}t_2)$, $(s_2, \frac{3}{5}t_1 + \frac{2}{5}t_2)$, $(\frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}s_2, t_1)$, $(\frac{1}{4}s_1 + \frac{3}{4}s_2, t_2)$.
4. Существует ли в игре равновесие Нэша, в котором один игрок играет чистую стратегию, а другой — смешивает? Обоснуйте свой ответ!
5. Является ли профиль $(\frac{2}{3}s_1 + \frac{1}{3}s_2, \frac{1}{4}t_1 + \frac{3}{4}t_2)$ равновесием Нэша?
6. Является ли профиль $(\frac{1}{10}s_1 + \frac{9}{10}s_2, \frac{4}{5}t_1 + \frac{1}{5}t_2)$ равновесием Нэша?
7. Найти такое $1 > \alpha > 0$, что ожидаемый платеж первого игрока для профиля $(s_1, \alpha t_1 + (1 - \alpha)t_2)$ равен ожидаемому платежу первого игрока для профиля $(s_2, \alpha t_1 + (1 - \alpha)t_2)$.
8. Найти такое $1 > \beta > 0$, что ожидаемый платеж второго игрока для профиля $(\beta s_1 + (1 - \beta)s_2, t_1)$ равен ожидаемому платежу второго игрока для профиля $(\beta s_1 + (1 - \beta)s_2, t_2)$.
9. Найти все равновесия Нэша в смешанных стратегиях в данной игре.

Задание 5. Найти все равновесия Нэша в смешанных стратегиях в следующих играх:

а)

	t_1	t_2
s_1	0; 2	1; 0
s_2	3; -2	1; 1

б)

	t_1	t_2	t_3
s_1	4; 5	0; 6	-3; 1
s_2	-2; 5	2; 3	1; 6

в)

	t_1	t_2	t_3
s_1	2; 5	1; 3	4; 4
s_2	4; 1	3; 7	2; 4

г)

	t_1	t_2	t_3
s_1	12; 5	9; 3	2; 4
s_2	7; 0	6; 3	4; 4
s_3	3; 1	10; 5	8; 4