

Теория игр

2019/2020 учебный год

(Л. Н. Сысоева, Н. А. Василенок, Н. Е. Сахарова,
Д. А. Дагаев, К. И. Сонин, И. А. Хованская)

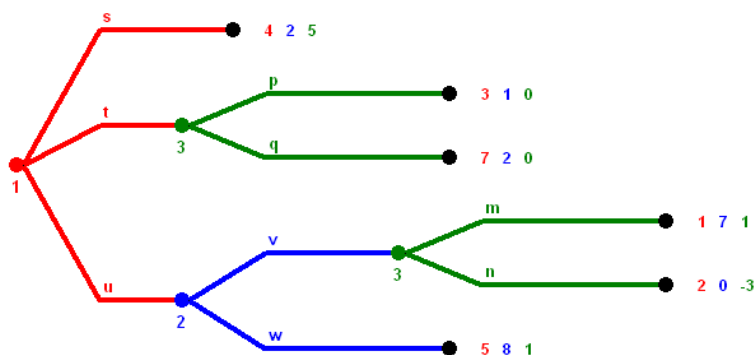
Семинарский листик 6

(5/8 ноября 2019 года)

Задание 1. У двух пассажиров одной авиакомпании потерялся багаж. Каждый из пострадавших пассажиров решает, требовать ли от авиакомпании компенсацию и если требовать, то в каком размере. Издержки, связанные с оформлением претензии к авиакомпании, каждый из пассажиров оценивает в 10 уе. Потребовать от авиакомпании каждый из пассажиров может среднюю компенсацию (50 уе) или высокую компенсацию (100 уе). Резерв средств авиакомпании на компенсации пассажирам равен 160 уе. Если суммарные требования пассажиров не превышают резерв, то авиакомпания выплачивает каждому из пассажиров запрошенную сумму, однако если суммарные требования пассажиров превышают резерв, то авиакомпания никому ничего не выплачивает.

- Формализуйте данную ситуацию в виде игры в нормальной форме.
- Найдите все равновесия Нэша в смешанных стратегиях в данной игре.

Задание 2. Для следующей игры в развернутой форме:



- Укажите множество всех возможных стратегий каждого игрока.
- Укажите количество подыгр в данной игре.
- Найдите все равновесия Нэша.
- Укажите, какие из равновесий Нэша являются совершенными на подыграх.

Задание 3. Участникам игры требуется поделить между собой 100 рублей. Первый игрок предлагает возможный дележ, указывая, ненулевую сумму $p \in [1, 100]$,

которую он отдает второму игроку, и $(100 - p)$ – сумму, которую он оставляет себе. Если второй игрок соглашается на предложенный дележ, платежи реализуются. Если он отказывается, то каждый игрок получает 0.¹

а) Изобразите дерево игры.

б) Найдите равновесие Нэша, совершенное на подыграх.

в) Подумайте, как можно изменить функции полезности игроков, чтобы полученный на предыдущем шаге профиль перестал быть равновесным?

Задание 4. Четыре парламентские партии работают над необходимым, но крайне непопулярным у населения законом. Все партии одновременно и независимо друг от друга решают, выдвигать ли данный закон от своего имени. Если n партий выдвинут данный закон от своего имени, где $1 \leq n \leq 4$, то каждая партия понесет репутационные издержки в размере $\frac{12}{n}$. Партии, не выдвинувшие данный закон, за него проголосуют, но репутационных издержек не понесут. Однако если ни одна партия закон не выдвинет, то все закончится плохо: из-за отсутствия необходимого закона каждая партия понесет издержки в размере 15. Найти все равновесия Нэша в этой игре.

Задание 5. Четыре парламентские партии работают над необходимым, но крайне непопулярным у населения законом. Все партии последовательно и открыто решают, выдвигать ли данный закон от своего имени. Если n партий выдвинут данный закон от своего имени, где $1 \leq n \leq 4$, то каждая партия понесет репутационные издержки в размере $\frac{12}{n}$. Партии, не выдвинувшие данный закон, за него проголосуют, но репутационных издержек не понесут. Однако если ни одна партия закон не выдвинет, то все закончится плохо: из-за отсутствия необходимого закона каждая партия понесет издержки в размере 15. Описать все равновесия Нэша, совершенные на подыграх.

Задание 6. Анжелика и Брэд играют в следующую игру. На шахматной доске в правом верхнем углу стоит ладья, которой за один ход разрешается ходить на произвольное количество клеток влево или вниз. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре и как играть правильно?

Задание 7. Алеша Попович и Добрыня Никитич воюют с 28 главым змеем. По очереди богатыри ходят к его пещере и отрубают 1, 2 или 4 головы. Каждый из богатырей хочет обрести славу победителя змея. Может ли начавший бой Алеша отрубить змею последнюю голову?

Задача 8. Алексей и Михаил поступили в Вышку и стали соседями по комнате Дубках. Ребята договорились убираться в комнате каждую неделю по субботам. Итоговая чистота комнаты (обозначим ее за G) зависит от того, сколько усилий каждый из них прикладывает к уборке. Обозначим эти уровни усилий за x_a (для Алексея) и

¹В экспериментальных исследованиях, посвященных «Ультиматуму», обнаружилось, что наиболее часто встречающийся дележ, предлагаемый испытуемыми – поделить сумму пополам. Среднее значение в таких экспериментах варьировалось между 40% и 50%. Кроме того, вторые игроки часто отказывались от предложений, в которых первый игрок оставлял им меньше, чем 20% суммы. В эксперименте, проведенном Джозефом Хенриком в индейском племени Мачигуенга, среднее предложение составило 26% от суммы. При этом, участники эксперимента не отказывались от предложений ниже 20%. Подробнее в статье "[Does Culture Matter in Economic Behavior? Ultimatum Game Bargaining among the Machiguenga of the Peruvian Amazon.](#)"

x_m (для Михаила). Для простоты будем считать, что $G = x_a + x_m$.

Каждый из студентов хотел бы, чтобы комната была чистой, однако оба не любят убираться, причем Алексей не любит уборку вдвое сильнее, чем Михаил. Это отражено в их функциях полезности: полезность Михаила равна $G \times (8 - x_m)$, а полезность Алексея имеет вид $G \times (8 - 2x_a)$.

Расписание устроено так, что по субботам в первой половине дня в комнате отсутствует Алексей, а во второй — Михаил. Когда Алексей приходит с учебы, он видит «промежуточную» степень чистоты комнаты (равную уровню усилий Михаила) и принимает решение о том, сколько усилий приложить для завершения уборки. Каковы будут уровни усилий, которые будут прикладывать Алексей и Михаил к уборке? Каков будет итоговый уровень чистоты комнаты?